



江淮十校 2021 届高三第一次联考

数 学 (理 科)

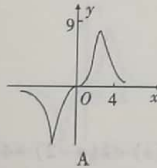
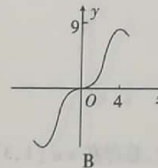
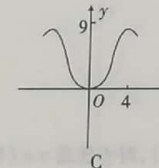
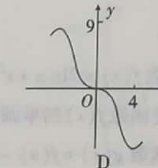
2020.8

命题单位:六安二中 命题人:柏传松 蔡英杰 吴伟伟

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的。

1. 设复数 z 满足 $zi = -3 + i$, 则 $\bar{z}$ 虚部是
A. 3i B. -3i C. 3 D. -3
2. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,且在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,则三个数 $a = f(-\log_3 13)$, $b = f(2\cos \frac{2\pi}{5})$, $c = f(2^{0.6})$ 的大小关系为
A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $c > a > b$
3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y + 1 \leq 0 \\ x - 1 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$
A. 既有最大值也有最小值 B. 有最大值,但无最小值
C. 有最小值,但无最大值 D. 既无最大值也无最小值
4. 已知函数 $f(x) = \frac{7x^3}{e^x + e^{-x}}$ 在 $[-6, 6]$ 的图像大致为
A.  B.  C.  D. 

5. 由于受疫情的影响,学校停课,同学们通过三种方式在家自主学习,现学校想了解同学们对假期学习方式的满意程度,收集如图 1 所示的数据;教务处通过分层抽样的方法抽取 4% 的同学进行满意度调查,得到的数据如图 2。下列说法错误的是



图 1

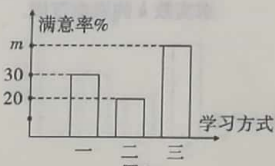


图 2

A. 样本容量为 240

B. 若 $m = 50$, 则本次自主学习学生的满意度不低于四成

C. 总体中对方式二满意的学生约为 300 人

D. 样本中对方式一满意的学生为 24 人

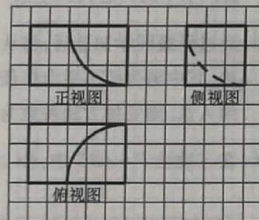
6. 已知某几何体的三视图如图所示,网格纸上小正方形的边长为 1,则该几何体的表面积为

A. $78 - \frac{9\pi}{2}$

B. $78 - \frac{9\pi}{4}$

C. $78 - \pi$

D. $45 - \frac{9\pi}{2}$



7. 若 $(x+1)\left(\frac{x}{2} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式中的常数项是 60, 则实数 a 的值为

A. ± 3

B. ± 2

C. 3

D. 2

8. 已知三个不同的平面 α, β, γ , 两条不同的直线 m, n , 则下列结论正确的是

A. $\alpha \perp \beta, m \parallel \alpha, n \perp \beta$ 是 $m \perp n$ 的充分条件

B. γ 与 α, β 所成的锐二面角相等是 $\alpha \parallel \beta$ 的充要条件

C. $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha, n \perp \beta$ 是 $m \perp n$ 的充分条件

D. α 内距离为 d 的两条平行线在 β 内的射影仍是距离为 d 的两条平行线是 $\alpha \parallel \beta$ 的充要条件

9. 在我国南宋数学家杨辉所著的《详解九章算法》一书中,用如图所示的三角

形(杨辉三角)解释了二项和的乘方规律. 右边的数字三角形可以看作当 n

依次取 $0, 1, 2, 3, \dots$ 时 $(a+b)^n$ 展开式的二项式系数, 相邻两斜线间各数的和

组成数列 $\{a_n\}$. 例: $a_1 = 1, a_2 = 1 + 1, a_3 = 1 + 2, \dots$, 设数列 $\{a_n\}$ 的前项和为

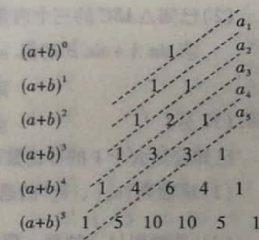
S_n . 如果 $a_{2022} = a + 2$, 则 $S_{2020} =$

A. a

B. $a + 2$

C. $2a$

D. $2a + 4$



10. 已知函数 $f(x) = \cos^2 x \sin 2x$, 若存在实数 M , 对任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq M$ 成立, 则 M 的最小值为

A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

11. 已知抛物线 $C: x^2 = 4y$, 直线 l_1, l_2 与抛物线 C 分别交于 M, N 和 M, P 两点, 其中 l_2 过焦点 F , $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{RN}$, 令 $R(x_R, y_R)$, 若 $y_R = |MN| - 1$, 则 $\angle MFN$ 的最大值为

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{2}$

12. 已知函数 $f(x) = x(f'(x) + \ln x)$, 且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 则 $f\left(\frac{1}{e}\right)$ 的取值范围为

A. $\left[-\frac{1}{e}, +\infty\right)$

B. $\left(-\infty, -\frac{1}{e}\right]$

C. $(-\infty, -1]$

D. $[-1, +\infty)$



二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{b}| = 4|\vec{a}|$, 且 $\vec{a} \perp (2\vec{a} - \vec{b})$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 _____.

14. 已知 P 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 右支上一点 (非顶点), F_1, F_2 分别为双曲线的左右焦点, 点 M 为

$\triangle PF_1F_2$ 的内心, 若 $S_{\triangle MPF_1} - S_{\triangle MPF_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} S_{\triangle MF_1F_2}$, 则该双曲线的离心率为 _____.

15. 经过班级同学初选后, 将从 5 名男生和 3 名女生中选出 4 人分别担任班长、学习委员、劳动委员、文艺委员, 其中男生甲不适合担任学习委员, 女生乙不适合担任劳动委员. 现要求: 如果男生甲入选, 则女生乙必须入选. 则安排方法种数为 _____.

16. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $PA = AB = 1$, $BC = 2$, $\angle BAC \geq \frac{\pi}{2}$, M 是线段 BC 上的动点, 记直线 PM 与平面 ABC 所成的角为 θ , 若 $\tan \theta$ 的最大值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, E 为线段 AC 的中点, 过点 E 作三棱锥 $P-ABC$ 外接球的截面, 则该截面面积的取值范围为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 2\cos^2 x + 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(2) 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 其中 $c = 7$, 若锐角 C 满足 $f(C) = 2$, 且 $ab = 40$, 求 $\sin A + \sin B$ 的值.

18. (12 分)

已知公比大于 1 的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_3 = 12$, $a_4 = 16$, $b_n = \log_2 a_n$.

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

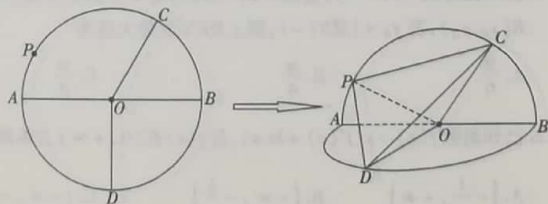
(2) 若数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 $c_n = \frac{(n-1)a_n}{2S_n} (n \in \mathbb{N}^*)$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12 分)

如图, 已知圆 O 的直径 AB 长为 2, 上半圆弧上有一点 C , $\angle COB = 60^\circ$, 点 P 是弧 AC 上的动点, 点 D 是下半圆弧的中点, 现以 AB 为折线, 将下半圆所在的平面折成直二面角, 连接 PO, PD, CD .

(1) 当 $AB \parallel$ 平面 PCD 时, 求 PC 的长;

(2) 当三棱锥 $P-COD$ 体积最大时, 求二面角 $D-PC-O$ 的余弦值.



20. (12 分)

2020 年 6 月 28 日上午, 未成年人保护法修订草案二审稿提请十三届全国人大常委会第二十次会议审议, 修改草案二审稿针对监护缺失、校园欺凌、研究损害、网络沉迷等问题, 进一步压实监护人、学校、住宿经营者、网络服务提供者等主体, 加大对未成年人保护力度. 我校为宣传未成年人保护法, 特举行一次未成年人保护法知识竞赛, 两人一组, 每一轮竞赛中, 小组两人分别答两题, 若答对题数不少于 3 题, 被称为“优秀小组”, 已知甲乙两位同学组成一组, 且同学甲和同学乙答对题的概率分别为 p_1, p_2 .

(1) 若 $p_1 = \frac{3}{4}, p_2 = \frac{2}{3}$, 则在第一轮竞赛中, 求他们获“优秀小组”的概率;

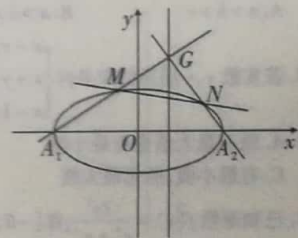
(2) 若 $p_1 + p_2 = \frac{6}{5}$, 且每轮比赛互不影响, 则在竞赛中甲乙同学要想获得“优秀小组”次数为 9 次, 则理论上至少要进行多少轮竞赛才行? 并求此时 p_1, p_2 的值.

21. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(1, \frac{3}{2})$ 且离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若 A_1, A_2 分别为 C 的左右顶点, G 为直线 $x = 1$ 上的任意一点, 直线 GA_1, GA_2 分别与 C 相交于 M, N 两点, 连接 MN , 试证明直线 MN 过定点, 并求出该定点的坐标.



22. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2\ln x + x^2 - ax$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 令函数 $g(x) = f(x) - \ln(ax)$, 对于任意 $a \in (1, 3)$ 时, 总存在 $x \in [1, 3]$ 使 $g(x) < k(a-2) + 4$ 成立, 求实数 k 的取值范围.

